



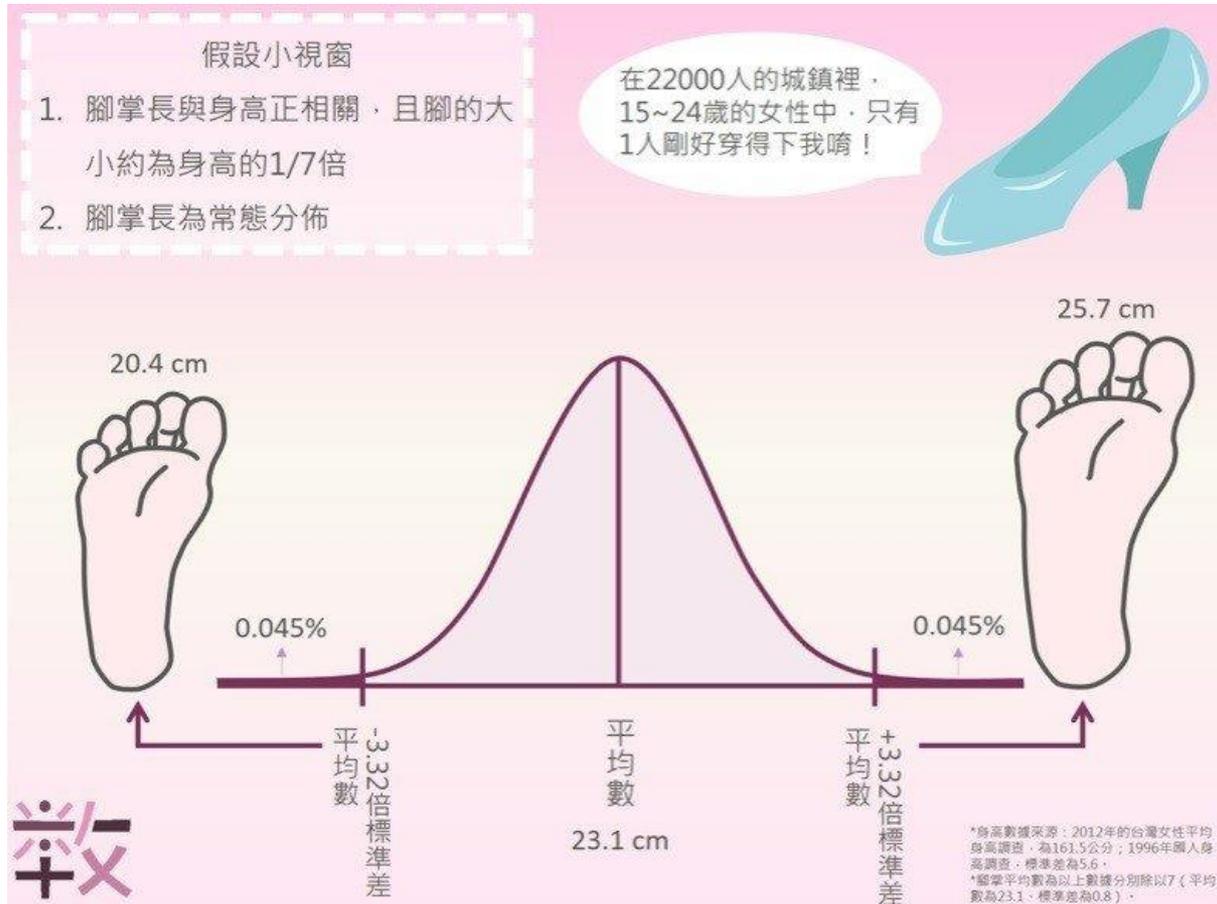
賴以威

看見數學

你有沒有想過：

為什麼只有灰姑娘才能穿玻璃鞋

灰姑娘的腳太大（或小）了！



數感實驗室

粉絲頁人數：51,924

HAPPY NEW YEAR

$$1+2\times34+5\times6\times(7\times8+9) =$$
$$98+7+65+43^2\times1 =$$

2019



Computer = 電腦?

computer : a person who performed calculations or computations (1613)

Computer
運算的人

Engineer
Mathematician
解決問題的人

被電腦取代

操作電腦



數學是一種語言

$$P = \sum_{i=1}^N P_i x,$$
$$x = \begin{cases} 70\%, & 3 \leq N < 5 \\ 50\%, & 5 \leq N \end{cases}$$

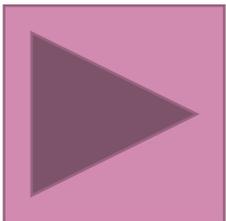


12吋蛋糕是6吋的2倍？

幫助你更有效率、把事情做得更好

Q:我該什麼時候定下來

A:37%，記得這個神秘數字



● 初戀就定下來



● 37%定律

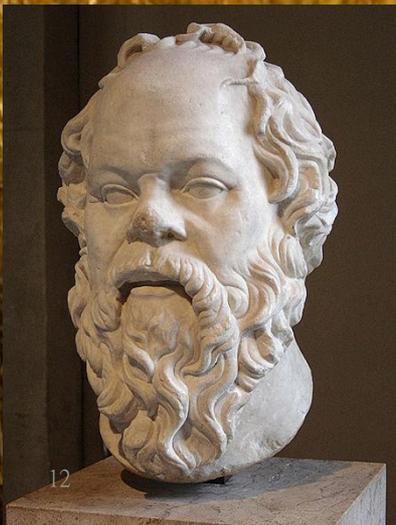


● 遇到最好對象的機率: 33%
 遇到最差對象的機率: 33%

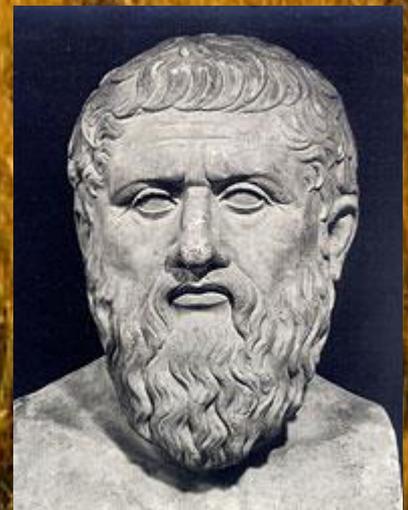
● 遇到最好對象的機率: 50%
 遇到最差對象的機率: 17%

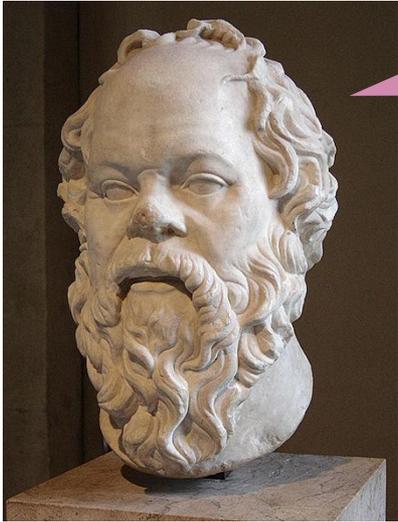


Socrates



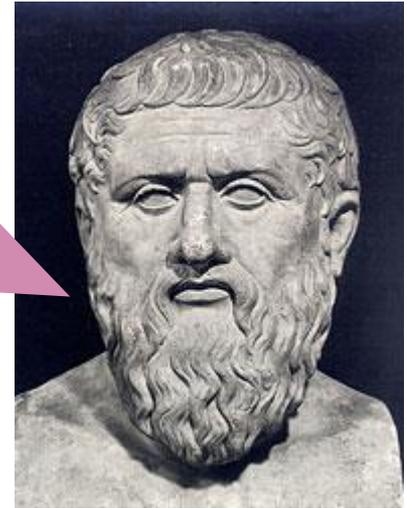
Plato





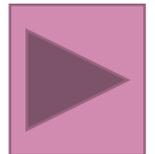
這就是愛情!哈!

我一直在想下一顆稻穗會不會更好...到最後兩手空空



親愛的柏拉圖，你該做的是：
1. 甩掉前37%位交往對象
2. 再以他們之中最好的作為標準
3. 只要之後一遇到比37%還好的...

MERRILL M. FLOOD



秘書問題

$$\begin{aligned} P(r) &= \sum_{i=1}^n P(\text{applicant } i \text{ is selected} | \text{applicant } i \text{ is the best}) \times P(\text{applicant } i \text{ is the best}) \\ &= \left(\sum_{i=1}^{r-1} 0 \times \frac{1}{n} \right) + \left(\sum_{i=r}^n P \left(\begin{array}{l} \text{the best applicant among the first } i-1 \text{ applicants} \\ \text{is among the first } r-1 \text{ applicants} \end{array} \middle| \text{applicant } i \text{ is the best} \right) \times \frac{1}{n} \right) \\ &= \sum_{i=r}^n \frac{r-1}{i-1} \times \frac{1}{n} = \frac{r-1}{n} \sum_{i=r}^n \frac{1}{i-1}. \end{aligned}$$

感覺到眼皮變沈重了……

我們不算數學，但要會用數學。這就是「數感」

台北市長開票



賴以威

2018年11月24日 · 公開



(12:57真的是最後一次更新：數學幫你推估台北市最終票數差距)

與其一直刷新網頁，不如讓我們用數學，根據中選會最新的數據來推估台北市的選舉結果吧！

12:57投票現況的推估是最終柯文哲會贏3450票，最後50個開票所！

目前差距4871票，關鍵剩下大安+文山 vs. 土林的對決：

1. 大安區還有12%未開票，預計再少1201票。
2. 文山區還有6%未開票，預計再少702票。
3. 士林區還有6%未開票，預計再多436票。

估算做了以下的假設

1. 每個投開票所票數一樣
2. 每區的投開票所得票率分布一樣

估算方法是用現在各行政區的差距，以及還沒開完票的比例，去推估最終的各行政區票數差距。因為是即時資訊，所以會隨時變動。

喜歡本則數學動態的話(或看在我平常都九點就睡著，今天大熬夜更新的份上)，也請按讚支持 [數感實驗室 Numeracy Lab](#)！

資料來

源：https://www.cec.gov.tw/pc/zh_TW/TC/n6300000000000000000.html

最後差距 3254票

👍👎❤️ 雷雅淇、Steven Chuang和其他1,551人

239則留言 78次分享



顯示先前的留言

4/151

10:45預估差3100票

關鍵假設：各行政區最終得票率

目前得票率

2014年得票率

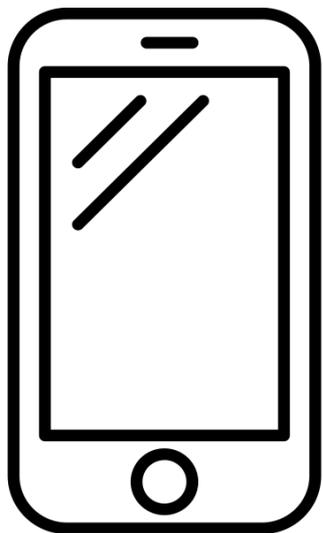
$f(\text{目前得票率}, \text{2014年得票率})$

不同的觀點（模型）

數學，能讓你用額外的手段擴充常識。

—《數學教你不犯錯》Jordan Ellenberg

手機族有多少？



66.37%

Y

$$(Z+Y) : Y = 100 : 66.37$$

$$X+Y+Z = 100$$

$$(X+Y) : Y = 100 : 81.54$$



33.63%

Z



81.54%

Y



18.45%

X

手機族有多少？

$$(Z+Y) : Y = 100 : 66.37$$

$$X+Y+Z = 100$$

$$(X+Y) : Y = 100 : 81.54$$

+

13.1%



X

29.2%



Z

57.7%



Y

數學題目與生活數學的差異

數學建模

數學題目 vs. 生活數學



明確給定數據

1組完美解

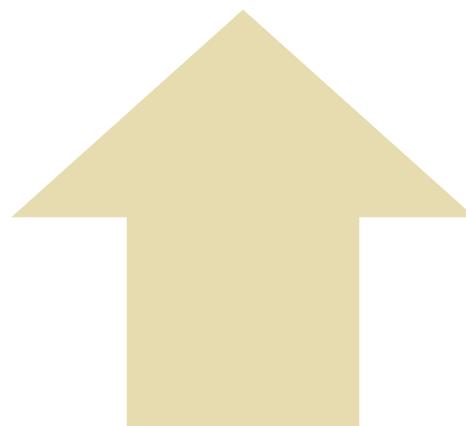
封閉式回答



假設、定義、尋找數據

多組解

開放式決策



長坂坡救主

血染征袍透甲紅，當陽誰敢與爭鋒！古來衝陣扶危主，只有常山趙子龍。



即刻救援



趙雲的策略

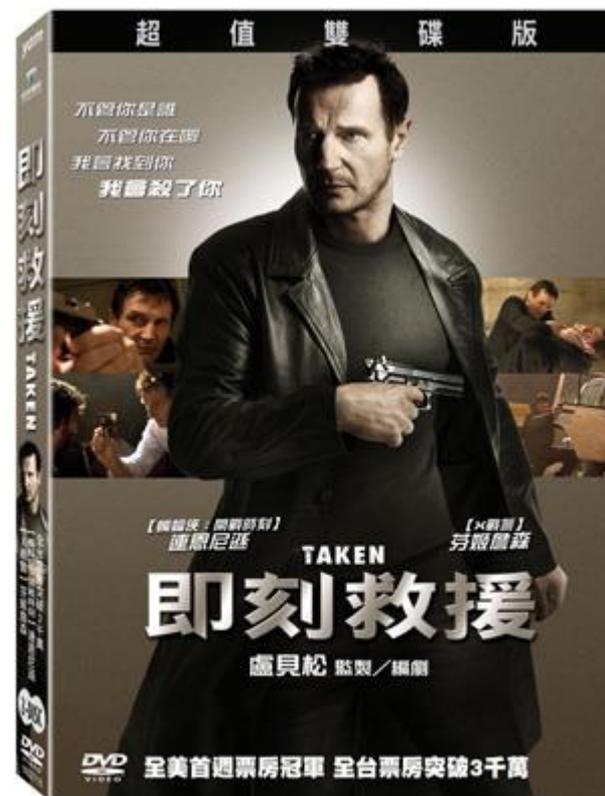


距離與時間

趙雲的即刻救援三部曲

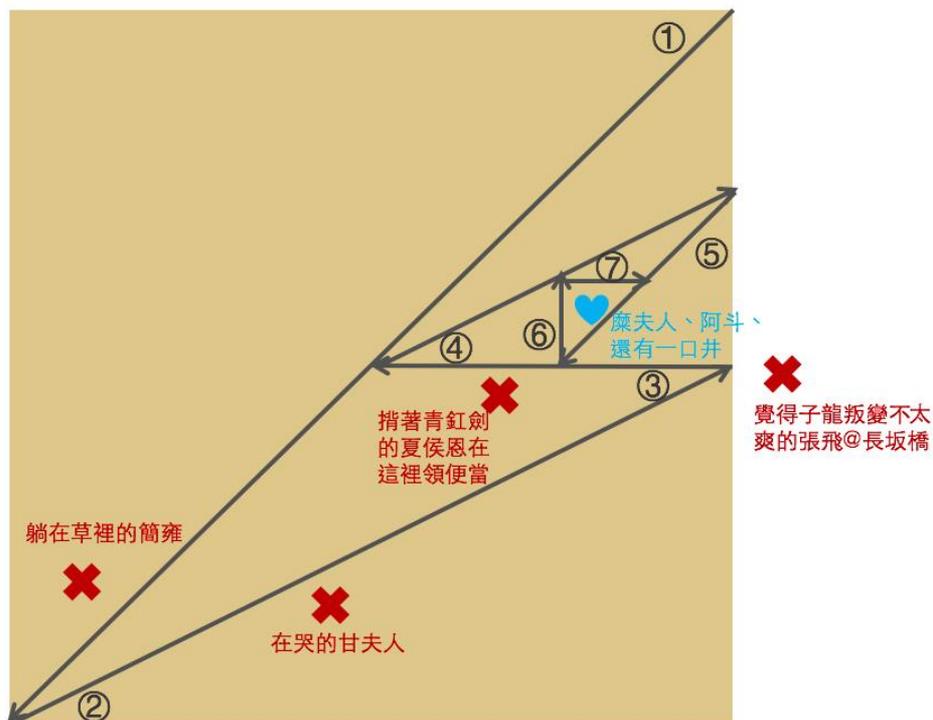
- 第一集〈趙子龍單騎救主〉(41)
- 第二集〈趙雲截江奪阿斗〉(61)
- 第三集〈據漢水趙雲寡勝少〉(71)

- 外傳(92)
 - 雲仰天歎曰：「吾不服老，死於此地矣！」忽東北角上喊聲大起，魏兵紛紛亂竄：一彪軍馬殺到，為首大將持丈八點鋼矛，馬項下掛一顆人頭。雲視之，乃張苞也。



趙雲的策略

- 戰場上千軍萬馬，如何能找得到嬰兒？
 - 問路時間有限，只能問左右（二分法）
 - 每次搜尋將剩餘搜尋範圍等分



距離與時間

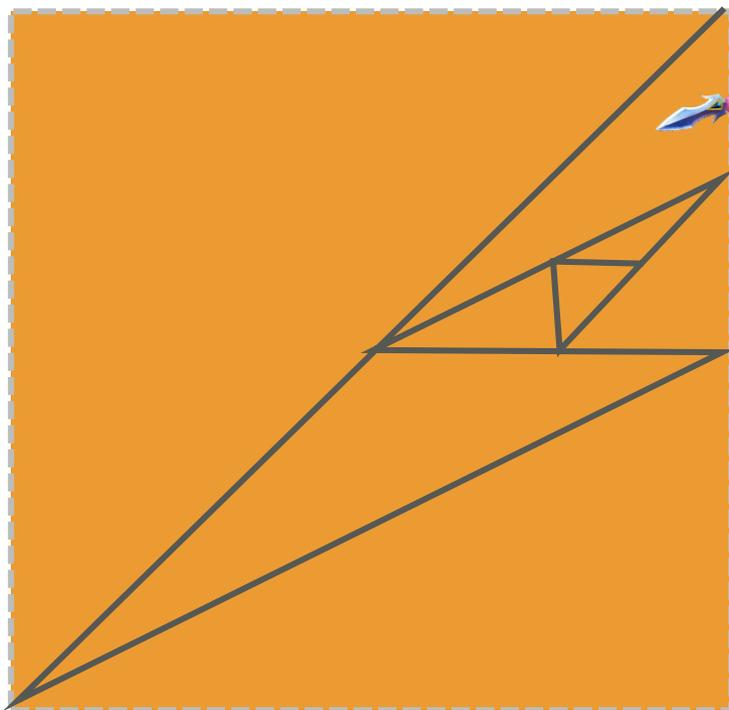


- 據史料記載，長坂公園周圍5公里的地方，都屬長坂坡古戰場遺址 (當陽市第六名觀光景點，6/7)
- 7次直線搜尋後剩約0.2平方公里。
- 剩餘的等腰直角三角形戰場，底(高)約630公尺。
 - 視力1.0的人看到6公尺外1.75毫米的C開口在哪裡。
 - 趙雲視力好或糜夫人夠胖
 - 如果趙雲有散光或近視，再跑一次，縮小到0.1平方公里



對照組：應用題

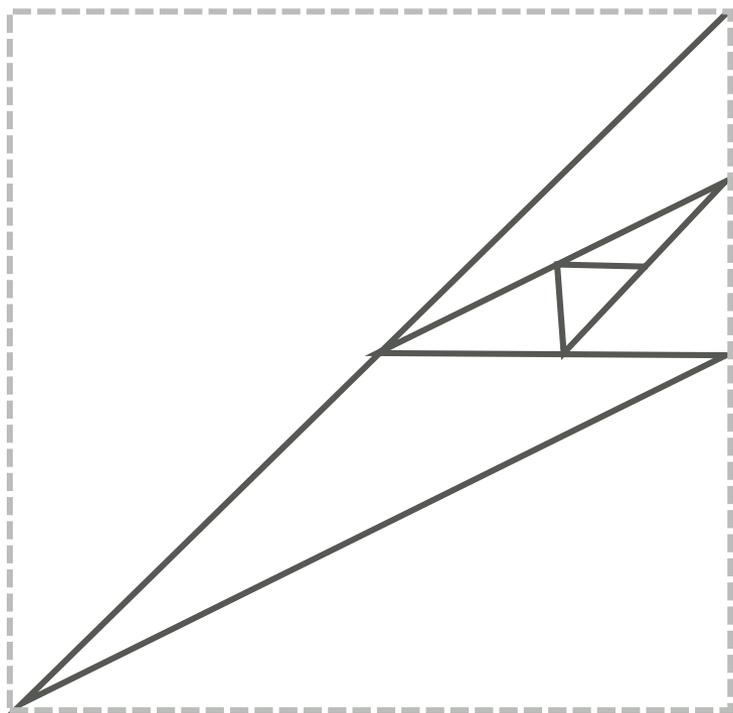
- 長坂坡戰場邊長 5 公里，黑色線段是趙雲的路線，他每次二等分面積，求趙雲總共走了幾公里？



$$5 \times \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) = 5 \times \left(\frac{5}{4}\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{5} + \frac{3}{4} \right) \approx 21$$

對照組：計算題

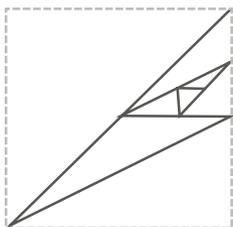
- 邊長 5 的正方形，黑色線段每次二等分面積，求線段總長



$$5 \times \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) = 5 \times \left(\frac{5}{4}\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{5} + \frac{3}{4} \right) \approx 21$$

從計算題到建模

計算題



添加標籤

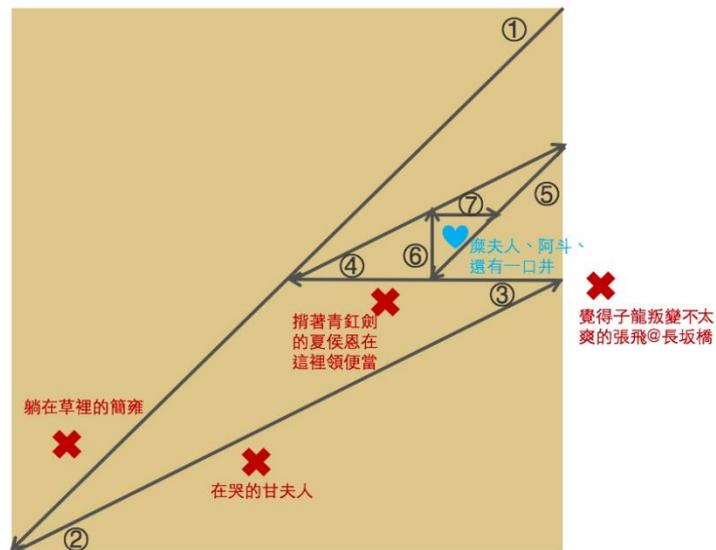
應用題

添加意義

情境題

添加(要求)解釋、開放

建模



從建模到計算題

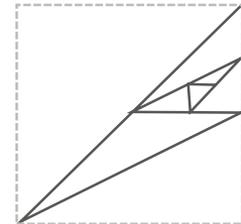
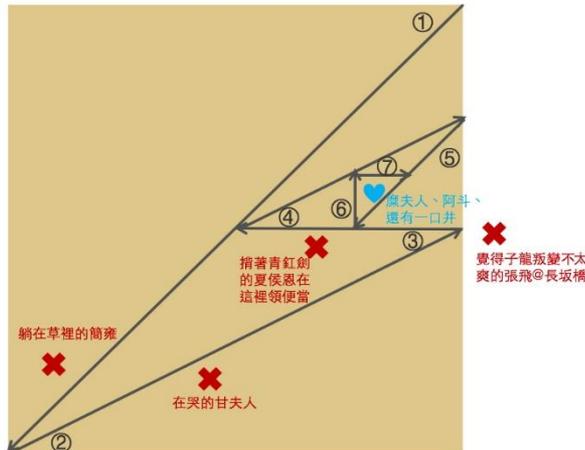
抽象化刪除標籤

數學分析情境

數學問題

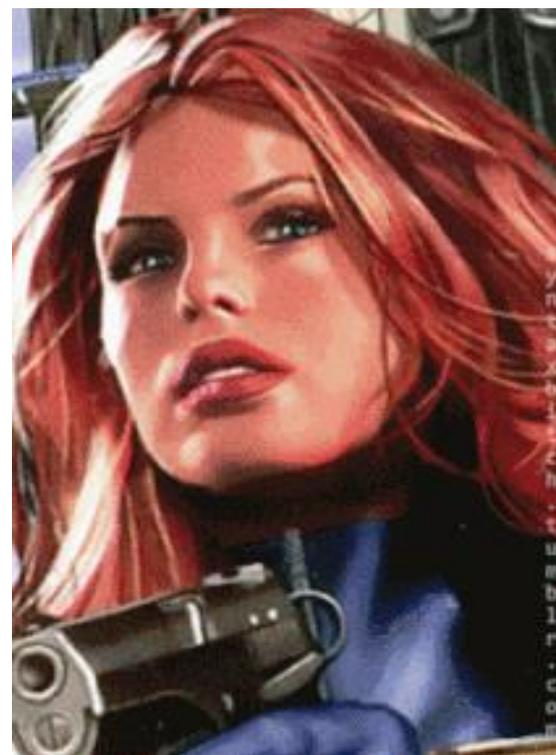
數學模型

對某件事建
模



用數學分析生活的重點

抽象化



抽象化

數學模型是一幅對我們生活中要和有趣的一些過程或現象的**數學漫畫**。這幅漫畫由**數學概念和符號**，而不是炭筆或水彩繪製而成。

像所有的漫畫一樣，它強調真實現象的某些方面，減少或忽略其他方面。故意忽略的方法，即真實現象的**一些細節被忽視或假定是理想**的，可以讓我們保持**簡潔**的表現形式。

——Dan Teague

擁抱不完美

建模需要創造力，對數學和情境的理解力。以及為了獲得深刻見解，還要有**藝術家**的能力，來擁抱某些方面不一定正確的表達。建模涉及簡化。

——Landy Godbold

模型的不足



可擴充之處

建模
(數學素養)

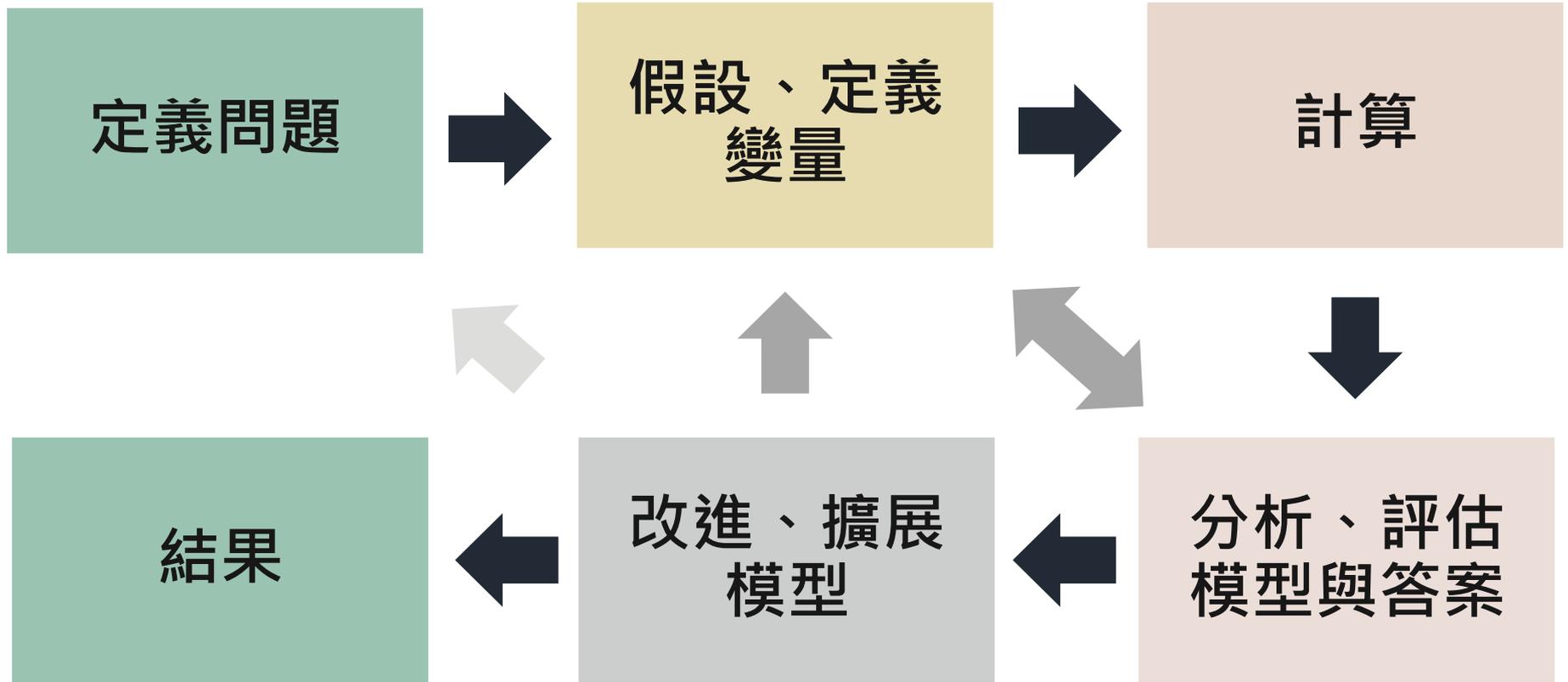


情境理解
(閱讀素養)

撰寫表達
(XX素養?)

數學建模流程

不斷疊代、尋找平衡



模型改進

- 反覆來回的過程

• **過程**比結果重要

- 培養學生用建模思想去解決更複雜、重要的現實問題

擁抱不完美

建模需要創造力，對數學和情境的理解力。以及為了獲得深刻見解，還要有**藝術家**的能力，來擁抱某些方面不一定正確的表達。建模涉及簡化。

——Landy Godbold

溫酒斬華雄

威鎮乾坤第一功，轅門畫鼓響冬冬。
雲長停盞施英勇，酒尚溫時斬華雄。



牛頓冷卻定律



做實驗求數值

牛頓冷卻定律

- T_0 剛熱好的酒溫
 - 三國時代主要是黃酒，煮酒論英雄，下酒小菜是青梅
 - 黃酒加熱飲用的適合溫度是40~45度之間，故假設初始酒溫 $T_0=45$ 度。
- R 主寨室溫
 - 武陵農場「露營區如晚上氣溫是0度，空帳內氣溫約8度」，
 - 寨內有火爐 + 很多人，假設寨內室溫是兩倍 $R=16$ 度
- α 常數

$$T(t) = R + (T_0 - R)e^{-\alpha t}$$

做實驗找常數

- 酒精濃度約3.5%的葡萄酒，每杯約300ml
- 酒杯：三國時代有兩種羽觴、樽，表面積約80 ~ 100平方公分。
 - 材質青銅或木頭漆器，用不鏽鋼與塑膠盒來模擬
- 室溫21度，
 - 塑膠材質酒杯， $\alpha=0.018$
 - 不鏽鋼酒杯， $\alpha=0.026$ 。

三個臭皮匠，勝過一個諸葛亮

自什以上，至於裨將，有不若法者，則教者如犯法者之罪。
——《尉繚子·兵教上》



想出點子的數學模型

- 裨將腦海裡的骰子 (1,2,3,4,5,6)
- 諸葛亮的骰子是 (5,6,7,8,9,10)
- 諸葛亮失手擲出5點，且裨將運氣超好骰出6點，才會發生裨將想出比諸葛亮還棒的主意
 - 機率是 $1/6 \times 1/6 = 1/36$
- 裨將智商100、諸葛亮180，智商常態分佈
 - 裨將68%的機率的表現，看起來像是智商85~115的人，5%的機率變成智商高達130

想出點子的數學模型

- 3位裨將取最好，平均約是一位智商112.69的人
- 300位裨將約是智商143.17，有1.2%的機率贏過孔明
- 10,270,164位裨將才能達到智商180

「三軍易得，一將難求。」

- 「三個臭皮匠勝過一個諸葛亮」只是對平凡人的安慰之詞而已。

沒考慮「討論」的重要性

可以不完美，但要知道不完美在哪

當我們對現實世界建模時，我們總是在對現實做出一個**近似**。
當我們完成時就會得到一個近似的**答案**。這就是「**確定**」
和「**合理**」的不同。

——Rose Mary Zbiek

模型的不足

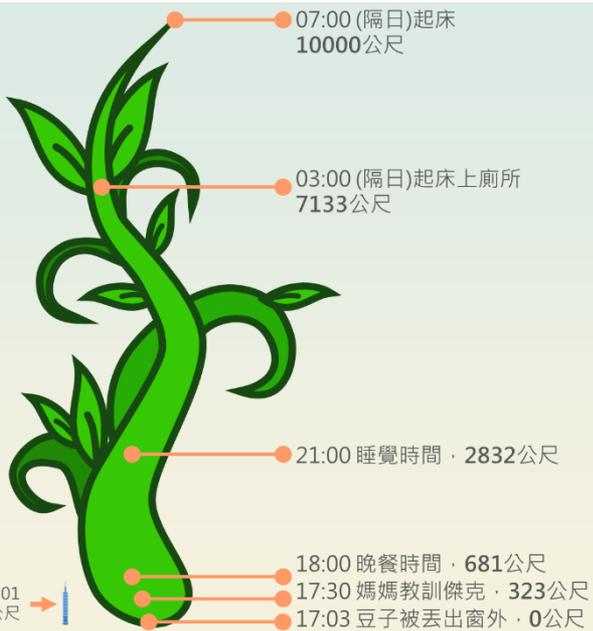


可擴充之處

「學數學幹嘛？買菜又用不到開根號？」

魔豆小百科 & 生長時間軸

品種名：魔豆
 種植人：傑克媽媽
 生長歷時：13.95小時
 生長高度：10000公尺
 生長速率：
 0.20公尺 / 秒
 716.82公尺 / 時



傑克身高 = 巨人鍋子深度 = 120 cm

英國平均成年男性身高：普通鍋子深度
 → 178 : 30 = 巨人身高 : 120
 → 巨人身高 = 712 cm = 7.12 m

巨人體重 / (巨人身高)² = 巨人BMI
 → 巨人體重 / (7.12)² = 25
 → 巨人體重 ≈ 1267 kg

位能(巨人在10000m處)
 = 巨人質量 × 重力加速度 × 高度
 = 1267 × 10 × 10000
 = 126700000 焦耳(J)
 → 能量約為 **規模2的地震**

假設小視窗

1. 傑克身高 120 cm
2. 巨人的鍋子恰好裝下傑克
3. 巨人BMI = 25 kg/m²
4. 重力加速度(g) = 10 m/s²
5. 巨人墜下的過程中沒有能量耗損



假設小視窗

1. 磚頭房子受到17級陣風吹1秒即倒塌
2. 狼吹出的氣體使房子的一面平均受力



計算過程

桃子+桃太郎浮在水上
 → 桃子+桃太郎密度 < 1 g/cm³
 → (桃子重+桃太郎重) / 桃子體積 < 1 g/cm³
 $\frac{\frac{4}{3}\pi r^3 - (r-2)^3 + w}{\frac{4}{3}\pi r^3} < 1 \text{ g/cm}^3$
 $\frac{4}{3}\pi r^3 - (r-2)^3 + w < \frac{4}{3}\pi r^3$
 $-(r-2)^3 + w < 0$
 $w < (r-2)^3$
 (d=桃子密度; w=桃太郎重; r=桃子半徑)

→ $\frac{4}{3}\pi r^3 - (r-2)^3 + 3500 < \frac{4}{3}\pi r^3$
 → $r \geq 11.4 \text{ cm}$
 → 桃子體積 ≥ 6206 cm³
 → 桃子體積至少要大於 **1常規鞋盒+1長牛奶盒**

公式補充

1. 球體體積 = $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r為半徑)
2. 重量 = 密度 × 體積

假設小視窗

1. 桃子是中空封閉球體
2. 桃子果肉厚 2 cm
3. 桃子密度與 1 g/cm³
4. 桃太郎重 3500 g



世界上的有趣數學研究

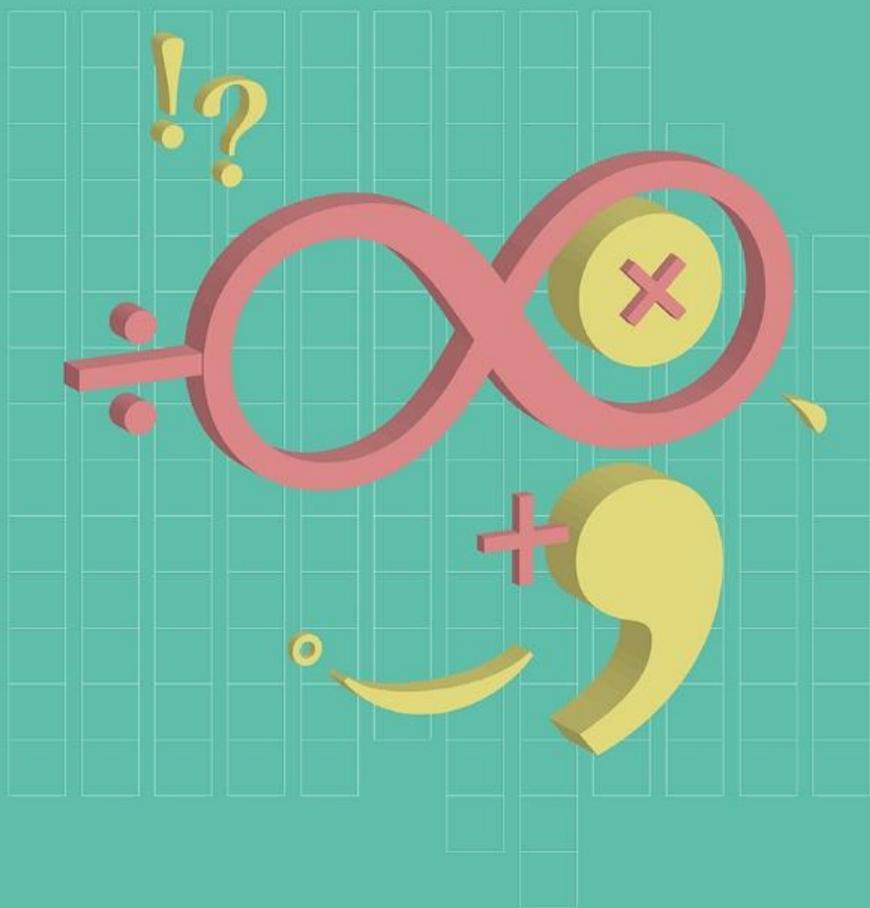
正四面體風
箏的優點

烤土司奶油該
抹多厚？

廁所裡兩捆衛生
紙的變化趨勢

桌子不平該怎
麼辦？

團體照該拍幾張？才能拍出大
家都睜開眼睛的照片



寫
作
競
賽

數
學

青
少
年



2018

唐三藏為什麼不搭筋斗雲

李艾登、莊景喻、黃秉宥 / 嘉義縣立永慶高中國中部

唐三藏要悟空坐下，滔滔不絕說：「來，我用數學算給你看——秦漢1里是 415.8 公尺，師父跑到未來發現清朝1里是576 公尺，現在是明朝，國土廣大，單位混亂，我們大約以**1里 = 500** 公尺計算。你搭筋斗雲翻1圈的距離約 **108000** × 0.5 = 54000 公里，

但是地球周長約 **40030.14** 公里，你要是隨著地表飛，往東翻一個筋斗，剛好繞地球1又1/3圈，恰好落在南極陪皇帝企鵝孵蛋；往西翻一個筋斗也是繞地球1又1/3圈，降落在加勒比海黑鬍子海盜船上。這兩個地方離天竺很遠，行不通啊！」

唐三藏為什麼不搭筋斗雲

李艾登、莊景喻、黃秉宥 / 嘉義縣立永慶高中國中部

數學×史地×國文 ×創意

	文章	影音	科資源	聯絡	分類	問答	泛科市集	泛科學院	泛科幻獎
本月熱門文章									
本日熱門 本週熱門 <u>本月熱門</u>									
名次	文章標題	瀏覽次數							
01	《唐僧為何不搭筋斗雲取經？》——2018數感盃 / 國中組專題報導類第二名	229438							

千里江陵一日還辦得到嗎？

聞緯峰、潘楷翔 / 福和國中

白帝城到江陵的距離390 公里

現代客輪(46km/hr)要8小時，但李白的是沙船

日出日落14小時，需要時速28km/hr

水流9.9km/hr、風速9.18 km/hr

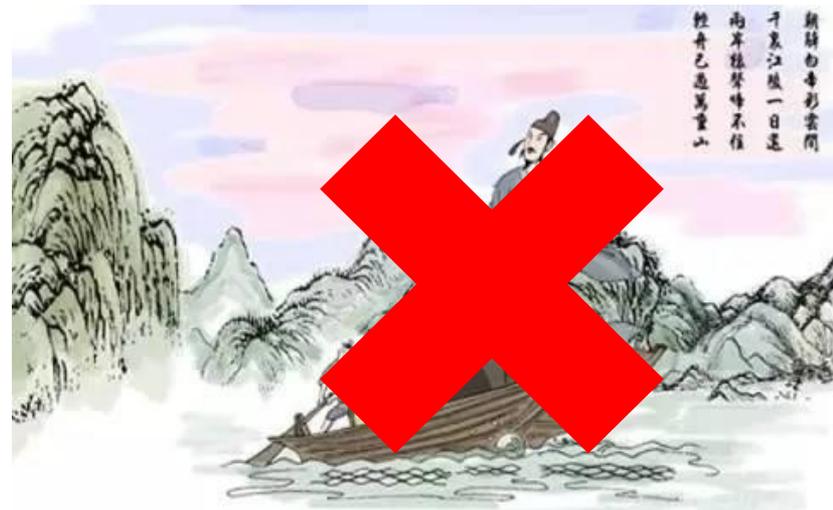
朝辭白帝彩雲間，
千里江陵一日還。

千里江陵一日還辦得到嗎？

聞緯峰、潘楷翔／福和國中

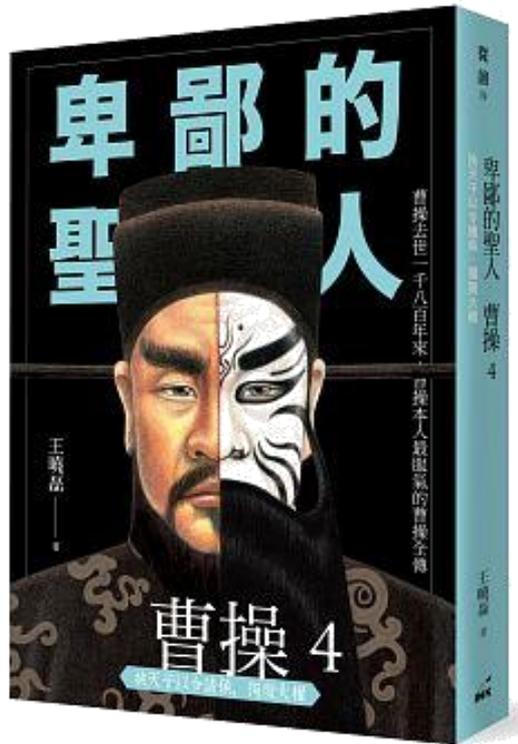
數學×史地×國文×創意

順風、順水、漲春水、輕舟、船隻駕駛技術卓越、才有可能達成的。但適逢春夏二季交替，所以合理判斷為逆風。



許褚力氣多大

賴以威／師大附中(1998)



許褚伸出大手一把抓住了牛尾巴，
矧身往肩膀上一搭，拽著牛就往回
跑！那頭大牝牛看樣子足有三四百
斤，犯起性子來更是凶猛難當，到
了黑漢子的手裡竟然一點兒力氣都
使不出來了，生生被他拽得倒退。

許褚力氣多大

賴以威／師大附中(1998)

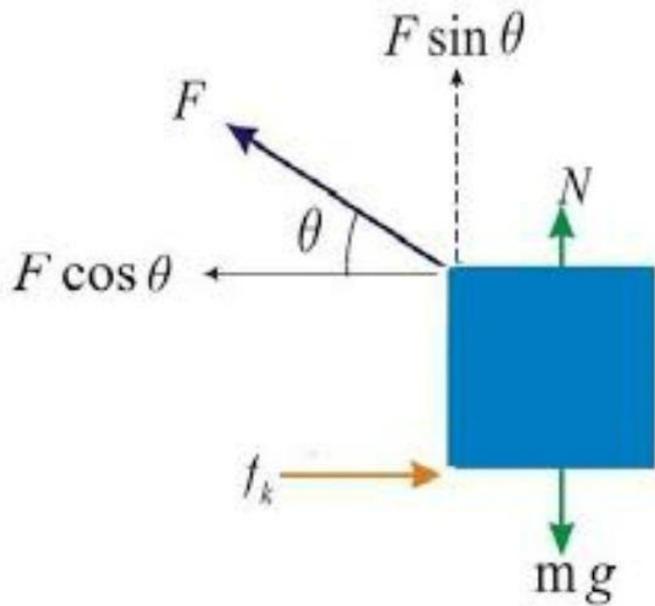
摩擦係數0.4，水牛尾巴高度130公分，許褚肩膀150公分，牛尾巴長80公分，則牛尾巴與水平面的夾角 θ 是

$$\tan\theta = 20/80 = 1/4$$

令許褚施力為 F ，則：

$$0.4 \times (1000 - F \sin\theta) = F \cos\theta$$

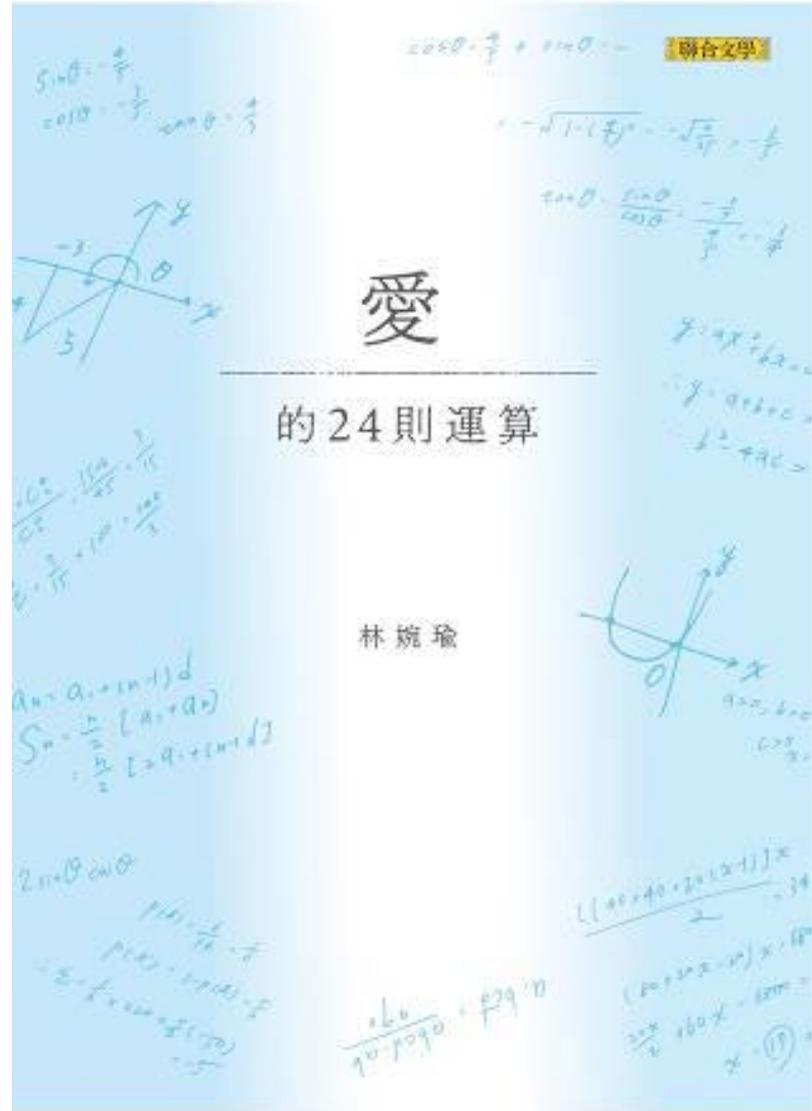
許褚力氣高達375公斤



數學×物理×國文

數學詩

我的快樂除以我的悲傷
以為會得到幾倍幾倍的结果
得到的商
卻只是1



十六分之一

八分之一

四分之一

二分之一…

我正慢慢失去你

數學詩

林沛婕／北一女

每個孩子都是一樣
拿著名為教育的鞭子
鞭笞孩子走上最好的道路
最好的學校、最好的工作、最好的家庭
最好的人生
孩子 疼嗎？
請你忍一下
這是為了你好。

每個孩子都是一樣
套進萬用的餘弦公式
求出孩子最合適的角度
最合適的學校、最合適的工作、最合適的家庭
最合適的人生
孩子 不是三角形嗎？
請你拋棄夢想的稜角
這是為了你好。

(中略)

每個孩子都是一樣
將每個孩子放入樂透的彩球箱裡
在那之前
拿著名為教育的砂紙磨掉上面獨特的數字
轉啊轉
轉啊轉
直到
取出一個彩球的可能
C1取1。

已觸及85,598人

加強推廣貼文



1,305

從舊到新

383次分享

檢視另30則留言



書本能擋子彈嗎？
探討書本擋子彈的
可行性、實用性：
25本書

長髮公主不為人知的
辛酸史。
小小驗證家說給你
聽：
頸椎必須承受7.7公
斤的頭髮重量

龜兔賽跑中，
兔子最多能休息多
久還能贏烏龜呢？
8小時56分54秒

數感盃

徵文對象

全國國中生

全國高中職生

主題

新詩

專題報導



參與單位

主辦單位：臺師大電機系

指導單位：科技部

承辦單位：數感實驗室

協辦單位：中華民國數學會、台灣數學教育學會、台灣工業與應用數學會、Pansci泛科學、科學月刊、科學少年、財團法人誠正勤樸基金會、華山1914文創園區、嘉義大學玩藝學『數學』計畫、數學咖啡館、臉譜出版

贊助單位：創藝文化基金會、龍騰文化

倫敦是沒有霧的，因為惠斯勒把這霧畫了出來，倫敦才有了霧。
——王爾德

培養數感，讓所有人看見

生活中的 **數** 又 **學**

